令和５年度入学者選抜試験問題

物理基礎・物理（前期日程）〔解答例〕

問題１

(1)　$N = mg\cos\theta$

答　$N = mg\cos\theta$

(2)　$F' = \mu' N$

答　$F' = \mu' N$

(3)　$-F'L_1$

答　$-F'L_1$

(4)　加速度を a とすると，

$$ma = mg\sin\theta - F$$
$$F = \mu' N = \mu' mg\cos\theta$$
$$a = g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$$

答　$a = g\cos\theta(\tan\theta - \mu')$

(5)

$$v_1{}^2 - v_0{}^2 = 2aL_1$$
$$v_1{}^2 = v_0{}^2 + 2g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)L_1$$
$$v_1{}^2 = v_0{}^2 + 2g\cos\theta(\tan\theta - \mu')L_1$$

答　$v_1 = \sqrt{v_0{}^2 + 2g\cos\theta(\tan\theta - \mu')L_1}$

(6)

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2 = \mu' mgL_2$$
or
$$0^2 - v_1{}^2 = 2(-\mu' g)L_2$$
$$L_2 = \frac{v_1{}^2}{2\mu' g} = \frac{v_0{}^2 + 2g\cos\theta(\tan\theta - \mu')L_1}{2\mu' g}$$

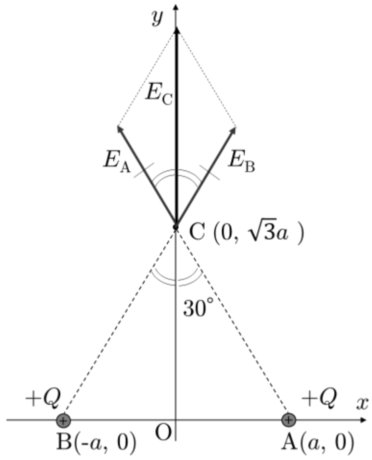
答　$L_2 = \dfrac{v_0{}^2}{2\mu' g} + \dfrac{\cos\theta(\tan\theta - \mu')L_1}{\mu'}$

問題 2

(1) 点 C に+1C を置くと，点 A，B の点電荷から受ける力は，それぞれ図の E_A ベクトル，E_B ベクトルになる。ベクトルの強さは y 軸方向の成分の和となるので，

$$E_c = E_A\cos30° + E_B\cos30°$$
$$= k\frac{Q}{(2a)^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + k\frac{Q}{(2a)^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}kQ}{4a^2}$$

となる。



図

答　向き：y 軸正の向き　強さ：$\dfrac{\sqrt{3}kQ}{4a^2}$

(2) 点 A の点電荷による点 C の電位と，点 B の点電荷による点 C の電位はともに $k\frac{Q}{2a}$ である。よって，$V_c = k\frac{Q}{2a} + k\frac{Q}{2a} = \frac{kQ}{a}$。

答　$V_c = \dfrac{kQ}{a}$

点 A の点電荷による点 D の電位は $k\frac{Q}{\frac{3}{2}a}$，点 B の点電荷による点 D の電位は $k\frac{Q}{\frac{5}{2}a}$ である。よって，$V_D = k\frac{Q}{\frac{3}{2}a} + k\frac{Q}{\frac{5}{2}a} = \frac{16kQ}{15a}$。

答　$V_D = \dfrac{16kQ}{15a}$

(3) 点 C で点電荷 P が受ける静電気力は，$F = qE_c = \frac{\sqrt{3}kqQ}{4a^2}$，正電荷なので向きは電界の向きと同じで y 軸正の向き。

答　向き：y 軸正の向き　大きさ：$\dfrac{\sqrt{3}kqQ}{4a^2}$

(4) 点電荷 P を点 C から点 D まで外力を加えて，ゆっくりと動かすのに必要な仕事 W は，

$$W = q(V_D - V_C) = q\left(\frac{16kQ}{15a} - \frac{kQ}{a}\right) = \frac{kqQ}{15a}$$

答　$\dfrac{kqQ}{15a}$

(5) 力学的エネルギー保存の法則を用いると，十分に時間が経過した後の点電荷 P は無限遠点に達し，位置エネルギーは 0 となるので，

$$\frac{1}{2}m0^2 + qV_C = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2qV_C}{m}} = \sqrt{\frac{2kqQ}{ma}}$$

答　$\sqrt{\dfrac{2kqQ}{ma}}$

問題３

(1)

水が吸収した熱量は,

$Q = 4.2×200×(60.0\text{-}10.0)$ J

$Q = 42000$ J

答　42000 J

(2)

水と金属球 A が吸収した熱量の和は,

$Q + C_A\ (60.0\text{-}10.0)$ J

ヒーターを用いて投入した熱量は,

500×100 J

両者が等しいことから,

$Q + C_A\ (60.0\text{-}10.0) = 500×100$ J

(1)より $Q = 42000$ J を代入すると

$C_A = 160$ J/K

答　160 J/K

(3)

水と金属球 A が失った熱量の和は,

4.2×200×(60.0-58.0)+ 160 (60.0-58.0) J

金属球 B が得た熱量は,

c_B×100×(58.0-18.0) J

両者が等しいことから,

4.2×200×(60.0-58.0)+ 160 (60.0-58.0) = c_B×100×(58.0-18.0) J

$c_B = 0.50$ J/(g・K)

答　0.50 J/(g・K)

(4)

$c_A × m_A = C_A$

金属球 A と金属球 B の材質は同じなので,

$c_A = c_B = 0.5$ J/(g・K)

$0.5\, m_A = 160$ J/K

$m_A = 320$ g

答　320　g

問題4

(1) $f_1 = \frac{V}{V+v} f_0$, $f_2 = \frac{V}{V-v} f_0$ を $f_2 = af_1$ に代入して f_0 を消去・整理すれば，次式を得る。

$$v = \frac{a-1}{a+1} V$$

(2) $f_2 > f_1$ なので

$$f_b = f_2 - f_1 = \frac{V}{V-v} f_0 - \frac{V}{V+v} f_0 = \frac{2vV}{V^2 - v^2} f_0$$

より，$f_b v^2 + 2f_0 V v - f_b V^2 = 0$ を $v > 0$ について解くと次式を得る。

$$v = \frac{-f_0 V + \sqrt{f_0^2 V^2 + f_b^2 V^2}}{f_b} = \frac{\sqrt{f_0^2 + f_b^2} - f_0}{f_b} V$$

—別解—

(1) と同様に $f_2 = af_1$ 　とおけば $f_b = f_2 - f_1 = (a-1)f_1 = (a-1)\frac{V}{V+v} f_0$ また，(1) から $a = \frac{V+v}{V-v}$ である。これを上式に代入して $f_b v^2 + 2f_0 V v - f_b V^2 = 0$ を導いてもよい。

—検証—

(1) と同様に $f_2 = af_1$ とおけば $f_b = f_2 - f_1 = (a-1)f_1 = (a-1)\frac{V}{V+v} f_0$ と表すことができる。これを上記の解に代入すると次式を得る。

$$v = \frac{\sqrt{f_0^2 + (a-1)^2 \left(\frac{V}{V+v}\right)^2 f_0^2} - f_0}{(a-1)\frac{V}{V+v} f_0} V = \frac{\sqrt{1 + (a-1)^2 \left(\frac{V}{V+v}\right)^2} - 1}{(a-1)\frac{1}{V+v}}$$

これを整理して次式を得る。

$$(a^2-1)v^2 + 2(a-1)Vv - (a-1)^2 V^2 = 0$$

これを $v > 0$ について解くと，(1) の解と同じ次式を得る。

$$v = \frac{a-1}{a+1} V$$

(3) $f_1 = \frac{V-w}{V-w+v} f_0$，　$f_2 = \frac{V+w}{V+w-v} f_0$ および $w = V/30$ を $f_2 = \frac{31}{29} f_1$ に代入すれば次式を得る。

$$\frac{V + \frac{V}{30}}{V + \frac{V}{30} - v} f_0 = \frac{31}{29} \frac{V - \frac{V}{30}}{V - \frac{V}{30} + v} f_0$$

$$\frac{\frac{31}{30}V}{\frac{31}{30}V - v} = \frac{31}{29} \frac{\frac{29}{30}V}{\frac{29}{30}V + v}$$

$$\frac{1}{31V - 30v} = \frac{1}{29V + 30v}$$

$$29V + 30v = 31V - 30v$$

$$60v = 2V$$

$$v = \frac{V}{30}$$