令和４年度　後期　物理基礎・物理　解答例

問題１

（１）　小球についての力学的エネルギー保存則より

$mgh - \mu' mg\cos\alpha \cdot l = \frac{1}{2}m{v_1}^2$　　$\therefore\ v_1 = \sqrt{2g(h - \mu' l\cos\alpha)}$

（２）　衝突後の小物体の速さを${v_1}'$とすると　$mv_1 + 0 = m{v_1}' + Mv_2$

反発係数の式より　$1 = -\frac{{v_1}' - v_2}{v_1}$　　$\therefore\ v_2 = \frac{2m}{M+m}v_1$

（３）　点Ｐから離れるとき，壁面からの垂直抗力が0になるので，

$M\frac{{v_3}^2}{r} - Mg\sin\theta = 0$　$\therefore\ v_3 = \sqrt{gr\sin\theta}$

（４）　点Ｏを原点として水平方向右側にx軸，OD方向にy軸を導入する。小球の軌跡は，時間tを用いて

$x = r\cos\theta - v_3\sin\theta\, t$，　$y = r\sin\theta + v_3\cos\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$　と表せる。tを消去すると，

$y = r\sin\theta + v_3\cos\theta \cdot \left(\frac{r\cos\theta - x}{v_3\sin\theta}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{r\cos\theta - x}{v_3\sin\theta}\right)^2$

小球は点Ｏを通過することから，$x = y = 0$　を代入する。また，$v_3 = \sqrt{gr\sin\theta}$　なので，

$0 = r\sin\theta + \frac{r\cos^2\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{2}g\frac{r^2\cos^2\theta}{gr\sin\theta \cdot \sin^2\theta}$　　$\therefore\ \sin^2\theta = \frac{1}{3}$　　$\therefore \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

（５）　点Ｐから角度$90 - \theta$に速さv_3で射出する問題に置き換えられるので，

v_3の鉛直方向の速度は，$v_3\sin(90 - \theta) = v_3\cos\theta$

v_3が最高点に達するまでの時間をt_1とすると，　$v_3\cos\theta - gt_1 = 0$　　$\therefore t_1 = \frac{v_3\cos\theta}{g}$

v_3が最高点に達してから運動は，最高点から水平方向に速さ$v_3\sin\theta$で射出する問題に置き換えられる。最高点から水平面に落下するまでの時間をt_2とすると，最高点の水平面からの高さは$r + r\sin\theta + v_3\cos\theta\, t_1 - \frac{1}{2}g{t_1}^2$なので，$\frac{1}{2}g{t_2}^2 = r + r\sin\theta + v_3\cos\theta\, t_1 - \frac{1}{2}g{t_1}^2$　　となり，

$\frac{1}{2}g{t_2}^2 = r(1 + \sin\theta) + \frac{{v_3}^2\cos^2\theta}{g} - \frac{{v_3}^2\cos^2\theta}{2g}$　　$\therefore\ t_2 = \frac{\sqrt{2gr(1+\sin\theta) + {v_3}^2\cos^2\theta}}{g}$

問題２

(1)　スイッチ S を A 側に閉じて十分に時間が経過したとき，C_2に蓄えられる電気量 [C] を求めよ。

（計算など）直列回路なので，C_1とC_2に蓄えられる電荷は同じである。

$V=\dfrac{Q}{C}$　より，両端の電位差は電気容量の逆数に比例する。両端の電位差を V_1 ，V_2 とすると，

$$V_1:V_2=\frac{1}{C_1}:\frac{1}{C_2}=\frac{1}{2.0}:\frac{1}{3.0}=3.0:2.0=12\ \mathrm{V}:8.0\ \mathrm{V}$$

である。よって，$Q=C_2V_2=3.0\times10^{-6}\times8.0=24\times10^{-6}$ C　である。

答　2.4×10^{-5} C　or　24 μC

(2)　C_1の極板間を比誘電率 6.0 の誘電体で満たした後，スイッチ S を A 側に閉じて十分に時間が経過したとき，C_1に蓄えられる静電エネルギー [J] を求めよ。

（計算など）新たな両端の電位差および電気容量を V_1' ，V_2' ，C_1' ，C_2とすると，

$$V_1':V_2'=\frac{1}{C_1{}'}:\frac{1}{C_2}=\frac{1}{12}:\frac{1}{3.0}=1.0:4.0=4.0\ \mathrm{V}:16\ \mathrm{V}$$

$$W_1'=\frac{1}{2}C_1'(V_1')^2=\frac{1}{2}\cdot12\times10^{-6}\cdot4.0^2=96\times10^{-6}\ \mathrm{J}$$

である。

答　9.6×10^{-5} J　or　96 μJ

(3)　誘電体を取り除き，(1)の状態に戻した後，スイッチ S を B 側に閉じて十分に時間が経過したとき，C_3 両端の電位差 [V] を求めよ。

（計算など）C_2とC_3は並列接続なので合成容量 C_{23} は 12.0 μF である。電荷 Q は保存される。よって，両端の電位差 V は，

$$V=\frac{Q}{C_{23}}=\frac{24\times10^{-6}}{12.0\times10^{-6}}=2.0\ \mathrm{V}$$

である。

答　2.0 V

(4)　(3)の状態のまま，C_3の極板面積を$\dfrac{1}{9}$倍に減少させた。C_3に蓄えられる静電エネルギーは，極板面積を減少させる前の何倍か求めよ。

（計算など）初めにC_3 に蓄えられた静電エネルギーは，

$$W_3=\frac{1}{2}C_3V^2=\frac{1}{2}\cdot9.0\times10^{-6}\cdot2.0^2=18\times10^{-6}\ \mathrm{J}$$

である。

新たな電気容量 C_3' は 1.0 μF になるので，合成容量 C_{23}' は 4.0 μF である。よって，両端の電位差は，

$$V'=\frac{Q}{C_{23}'}=\frac{24\times10^{-6}}{4.0\times10^{-6}}=6.0\ \mathrm{V}$$

である。C₃' に蓄えられた静電エネルギーは、

$$W_3' = \frac{1}{2}C_3'V'^2 = \frac{1}{2}\cdot 1.0\times 10^{-6}\cdot 6.0^2 = 18\times 10^{-6}\ \mathrm{J}$$

であるので,

$$\frac{W_3'}{W_3} = \frac{18\times 10^{-6}}{18\times 10^{-6}} = 1.0$$

である。

答　1.0 倍

(5)　(4)の状態のまま，A と B を導線でつなぎ十分に時間が経過したとき，C_3に蓄えられる静電エネルギー [J] を求めよ。

（計算など）つないだ後の C_3' 両端の電位差 V_{23}を求める。

$$V_1 : V_{23} = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{2.0} : \frac{1}{4.0} = 2.0 : 1.0 = \frac{40}{3.0}\ \mathrm{V} : \frac{20}{3.0}\ \mathrm{V}$$

つなぐことで，C_3' に蓄えられる静電エネルギーは,

$$W_3'' = \frac{1}{2}C_3'V_{23}^2 = \frac{1}{2}\cdot 1.0\times 10^{-6}\cdot\left(\frac{20}{3.0}\right)^2 = 22.22\cdots\times 10^{-6}\ \mathrm{J}$$

である。有効数字 2 桁にする。

答　2.2×10^{-5} J　or　22 μJ

問題３

(1) G の内部エネルギーは，A で $C_V T_A$，D で $C_V T_D$ であるから，内部エネルギーの変化量は $C_V(T_A - T_D)$ である。

答　$C_V(T_A - T_D)$

(2) G は定積変化では仕事をしない。断熱変化では内部エネルギーの減少量だけ外部に仕事をする。

A→B : G が外部にする仕事(正) ＝内部エネルギーの変化量の絶対値　＝ $C_V(T_A - T_B)$

C→D : G が外部にする仕事(負) ＝－ 内部エネルギーの変化量の絶対値＝ $C_V(T_C - T_D)$

G がおこなう仕事の総和はこれらを加えて　$C_V(T_A - T_B + T_C - T_D)$

答　$C_V(T_A - T_B + T_C - T_D)$

(3) B→C で内部エネルギーは大きさ $C_V(T_B - T_C)$ だけ減少している。B→C で G は外に仕事しないので，熱力学の第一法則により，この内部エネルギーの減少分が熱として放出される。

答　吸収したか放出したか：　放出した　　熱量の大きさ：　$C_V(T_B - T_C)$

(4) 熱効率＝外部にした正味の仕事÷加えた熱　＝　$C_V(T_A-T_B+T_C-T_D)$ ÷ $C_V(T_A-T_D)$

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　＝　$(T_A-T_B+T_C-T_D)/(T_A-T_D)$

Aの体積をV_AとするとBの体積はkV_Aと表せ，与条件$T_AV_A{}^m=T_B(kV_A)^m$より関係式$T_A=T_Bk^m$を得る。同様に関係式$T_D=T_Ck^m$を得る。これらの関係式を熱効率の式に代入し，

$$(T_Bk^m-T_B+T_C-T_Ck^m)\ /\ (T_Bk^m-T_Ck^m)=1-1/k^m$$

答　$1-1/k^m$

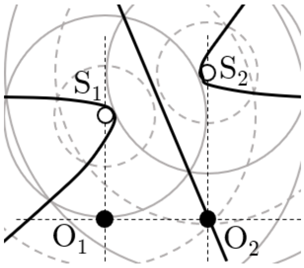
問題4

(1)
$$y_2=A\sin\left\{2\pi f\left(t-\frac{L\sin\theta}{v}\right)\right\}$$

(2) y_1とy_2が逆位相となる条件を求める。nを整数とし，次式を満たす条件のうち$n=0$の場合が，最小の角度θを与える。

$$2\pi f\frac{L\sin\theta}{v}=(2n+1)\pi$$
$$\sin\theta=\frac{v}{2fL}=\frac{340}{2\cdot1000\cdot0.34}=\frac{1}{2}\quad(n=0)\quad \text{よって}\quad \theta=\frac{\pi}{6}\ \mathrm{rad}$$

(3) 右図は，一例として$\lambda=L$の場合に，「強め合う点が通過する線」の概略を太線で示している。そのうちの直線は，線分S_1S_2の垂直二等分線であり，いかなる波長であってもO_2を通る。そこで，O_1が「波が強め合う点」となる条件を求めればよい。nを整数とし，次式を満たす条件のうち$n=1$の場合が，最大の波長λを与える。



$$\left|\sqrt{L^2+(\sqrt{2}L)^2}-\sqrt{L^2+0^2}\right|=n\lambda$$
$$\sqrt{3L^2}-L=\lambda\quad(n=1)$$
$$\therefore\quad \lambda=\left(\sqrt{3}-1\right)L$$

（参考：O_2は両波源からの距離が等しく，「波が強め合う点」となる条件において$n=0$の場合に相当する。）